# Объем шара и площадь сферы в разных метрических пространствах

Чтобы говорить об объеме тела, в пространстве должна быть введена мера . Чтобы говорить о шарах, в пространстве должна быть введена метрика .

Замкнутый шар(радиус r, центр c) = . Далее рассматриваем только замкнутые шары. Замкнутый шар – всегда замкнутое множество в топологии, порожденной своей же метрикой.

Граница множества – это его граничные точки. Граничная точка множества – это точка (либо множества, либо нет), в любой окрестности которой есть точки как множества, так и не множества.

Сфера(радиус r, центр c) = . При таком определении сфера может оказаться пустым множеством или иметь ненулевой объем.

**Важно: граница шара и сфера в общем случае не совпадают. Это принципиально разные множества.**

**Важно: граница шара и граница сферы в общем случае не совпадают. Это принципиально разные множества.**

В общем случае метрического пространства трудно говорить о площади поверхности шара. Для этого поверхность должна быть пространством со своей мерой.

**Важно: даже в интуитивно простых случаях площадь сферы не равна производной объема по расстоянию.**

В общем случае метрического пространства объем шара зависит не только от радиуса, но и от положения центра шара. Далее рассматриваются только примеры метрик, в которых размер и форма шара не зависит от положения центра.

Гипотеза: если метрика в порождена нормой, удовлетворяющей классическому определению, то объем шара (в традиционной мере) зависит от радиуса только множителем . Т.о. достаточно указать только объем единичного шара, чтобы определить объем любого шара. Это скорее свойство меры. Для примеров это верно.

## Евклидово пространство размерности n

Площадь сферы равна производной объёма по радиусу.

Определение Г-функции: .

Свойства Г-функции: , , ,

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| n=1 | V=2r | S=2 |
| n=2 | V= | S= |
| n=3 | V= | S= |

## Пространство Чебышёва размерности n

Площадь сферы равна производной объёма по радиусу.

## Пространство городских кварталов размерности n

## Примечания

Термины: unit disk, unit ball, open unit disk, closed unit disk, unit circle

Преобразование на комплексной плоскости переводит открытый единичный круг во всю плоскость:

Приближение окружности восьмиугольниками: если описанный вокруг обычной плоской евклидовой окружности восьмиугольник уменьшить в раз, т.е. масштабировать с коэффициентом , то получим вписанный восьмиугольник. Отклонение менее 8%.

Непонятное утверждение. Полученная из нормы единичная окружность может иметь периметр от 6 до 8. Правильный шестиугольник <= … <= параллелограмм.